

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Kemampuan Penalaran Matematis

1. Pengertian Penalaran Matematis

Penalaran berasal dari kata nalar yang mempunyai arti pertimbangan tentang baik buruk, kekuatan pikir atau aktivitas yang memungkinkan seseorang berpikir logis. Sedangkan penalaran yaitu cara menggunakan nalar atau proses mental dalam mengembangkan pikiran dari berbagai fakta atau prinsip.

Istilah penalaran sebagai terjemah dari bahasa Inggris *reasoning* menurut kamus *The Random House Dictionary* berarti *the act or process of a person who reasons* (kegiatan atau proses seseorang yangberpikir). Sedangkan *reason* berarti *the mental powers concerned with forming conclusions, judgements or inference* (kekuatan mental yang berkaitan dengan pembentukan kesimpulan dan penilaian).

Menurut Agustin (2016) penalaran adalah suatu kegiatan berpikir logis untuk mengumpulkan fakta, mengelola, menganalisis, menjelaskan, dan membuat kesimpulan. Matematika terbentuk karena pikiran-pikiran manusia yang berhubungan dengan idea, proses, dan penalaran. Pada tahap awal matematika terbentuk dari pengalaman manusia dalam dunianya secara empiris. Kemudian pengalaman itu diproses dalam dunia rasio, diolah secara analisis dengan penalaran di dalam struktur kognitif sehingga sampai terbentuk konsep-konsep matematika. Shadiq dalam (Hidayati, 2015) menyatakan definisi penalaran yaitu merupakan kegiatan, proses atau aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru berdasarkan pada beberapa pernyataan yang diketahui benar ataupun yang dianggap benar yang disebut premis.

Kemampuan penalaran matematis siswa agar semakin baik maka diperlukan sikap dimana siswa tidak lagi mengandalkan informasi atau materi pelajaran yang diberikan oleh guru melainkan siswa sendiri mampu mencari dari buku atau sumber yang lain, salah satu sikap dalam memecahkan masalah tersebut adalah kemandirian belajar untuk mencari alasan dari berbagai pengetahuan dasar siswa memberikan keputusan yang benar (Chotimah, 2018) selain itu, mampu menarik kesimpulan dari cara menggunakan konsep dan metode (Bernard, 2014). Untuk meningkatkan kemampuan tersebut, tentunya tidak terlepas dari upaya pembelajaran di sekolah. Walaupun pembelajaran di sekolah selama ini memiliki peran tinggi pada keaktifan siswa, misalnya melalui pembentukan kelompok belajar, namun ternyata dampaknya terhadap kemampuan penalaran siswa belum terlihat. Untuk meningkatkan kemampuan penalaran dapat dilakukan dengan perbaikan proses pembelajaran melalui penerapan strategi metakognitif. Strategi metakognitif dapat mendorong siswa untuk belajar mencari alasan terhadap solusi yang benar dan lebih mendorong siswa untuk membangun, mengkonstruksi, dan mempertahankan solusi-solusi yang argumentatif dan benar. Memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi merupakan salah satu indikator kemampuan penalaran. Kemampuan mengajukan dugaan merupakan salah satu indikator dari kemampuan penalaran. Kemampuan penalaran juga sangat diperlukan dalam memahami suatu konsep materi pokok. Tanpa adanya kemampuan penalaran, maka peserta didik akan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Dalam ilmu kognitif menjelaskan dalam bidang penelitian psikologi yang mengurus proses kognitif seperti perasaan, pengingatan, penalaran, pemutusan dan pemecahan masalah. Dengan demikian, kemampuan penalaran termasuk ke dalam belajar kognitif. Para ahli jiwa dari aliran kognitif berpendapat bahwa tingkah laku seseorang senantiasa didasarkan pada kognisi, yaitu tindakan mengenal

atau memikirkan situasi dimana tingkah laku itu bisa terjadi. Dalam situasi belajar, seseorang dapat terlibat langsung dalam situasi itu dan memperoleh insight untuk pemecahan masalah.

2. Jenis-jenis Penalaran

Dengan kemampuan bernalarnya, manusia dapat berpikir untuk menarik kesimpulan atau menyusun pernyataan baru dari beberapa premis yang sudah diketahui atau dianggap benar. Didalam penalaran, terdapat dua jenis penalaran, yaitu penalaran induktif (induksi) dan penalaran deduktif (deduksi) sebagai berikut:

a. Penalaran Induktif

Penalaran induktif yaitu penalaran yang berkaitan dengan proses berpikir dimana kita dapat menyimpulkan bahwa apa yang kita ketahui benar untuk kasus-kasus khusus, juga akan benar untuk semua kasus yang serupa untuk hal-hal tertentu.

Penalaran induktif juga merupakan suatu aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum (general) berdasarkan pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar. Proses bernalar induktif meliputi menduga, mengenali pola dan membentuk generalisasi. Sehingga dapat disimpulkan berpikir induktif merupakan berpikir menggunakan kejadian atau pengalaman yang sering dijumpai, disimpulkan menjadi kebenaran secara umum.

b. Penalaran Deduktif

Penalaran deduktif merupakan kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya. Jadi proses pembuktian secara deduktif akan melibatkan teori atau rumus matematika lainnya yang sebelumnya sudah dibuktikan kebenarannya.

Setelah terbukti kebenarannya barulah aturan tersebut dapat dinyatakan sah dan dapat diterapkan pada persoalan-persoalan. Dasar penalaran deduktif yang berperan besar dalam matematika

adalah kebenarannya atau juga pernyataannya yang harus didasarkan pada kebenaran pernyataan-pernyataan lain (sebelumnya).

3. Indikator Kemampuan Penalaran Matematis

- a. Menurut Napitupulu, Suryadi, & Kusumah (2016) ada 4 indikator kemampuan penalaran matematis siswa yaitu:
 1. Buat kesimpulan logis.
 2. Berikan penjelasan tentang model, fakta, properti, hubungan, atau pola yang ada.
 3. Buatlah dugaan dan bukti.
 4. Penggunaan pola hubungan untuk menganalisa situasi, membuat analogi, atau menggeneralisasikan.
- b. Adapun indikator kemampuan penalaran matematis menurut Sumarmo (dalam Tina, 2015) sebagai berikut:
 1. Menarik kesimpulan logis.
 2. Memberikan penjelasan dengan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan.
 3. Memperkirakan jawaban dan proses solusi.
 4. Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematis.
 5. Menyusun dan mengkaji konjektur.
 6. Merumuskan lawan, mengikuti aturan inferensi, memeriksa validitas argumen.
 7. Menyusun argumen yang valid.
 8. Menyusun pembuktian langsung, tak langsung, dan menggunakan induksi matematis.

Jadi indikator yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Menarik kesimpulan logis.
2. Memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan.

3. Memperkirakan jawaban dan proses solusi,
4. Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi matematika.

B. Tipe Kepribadian

1. Pengertian Tipe Kepribadian

Dalam bahasa Inggris Kuntjojo menyatakan kepribadian dinyatakan dengan *personality* yang berasal dari bahasa Yunani *persona* yang memiliki arti topeng dan *personare* yang berarti menembus (Rahman, 2016:4). Kepribadian (*personality*) merupakan salah satu kajian psikologi yang lahir berdasarkan pemikiran, kajian atau temuan-temuan (hasil praktik penanganan kasus) para ahli. Objek kajian kepribadian adalah “human behaviour”, perilaku manusia, yang pembahasannya, terkait dengan apa, mengapa, dan bagaimana perilaku tersebut.

Corak yang beragam menjadikan manusia sebagai individu yang unik. Setiap individu mempunyai tingkah laku yang berbeda seperti cara berpikir, cara menilai, cara belajar dan sebagainya. Perbedaan tingkah laku ini kemudian disebut kepribadian. Kepribadian yaitu keseluruhan pola pikiran, perasaan dan perilaku yang sering digunakan untuk beradaptasi secara terus menerus didalam kehidupan. Pola tersebut dapat muncul pada sifat, watak atau karakteristik seseorang yang kemudian memberikan konsistensi pada perilaku seseorang. Kekonsistenan ini menjadikan seseorang memiliki ciri khas untuk menyesuaikan diri terhadap segala rangsangan. Rangsangan tersebut dapat berasal dari lingkungan maupun dirinya sendiri. (Wafida, 2018). Kepribadian seseorang bermacam-macam, penting bagi setiap individu untuk mengetahui karakteristik. (Ulya, 2016) berpendapat bahwa dengan mengetahui kepribadian siswa, guru dapat menentukan metode pembelajaran yang tepat. Hal ini dapat berpengaruh dalam pembelajaran dikarenakan siswa dalam menyelesaikan masalah

mempunyai cara yang berbeda-beda, maka dari itu sangat penting bagi guru mengetahui kepribadian siswa dalam proses pembelajaran berlangsung.

Putra dan Luh (2015:4) menyatakan bahwa kepribadian merupakan keseluruhan pola pikiran, perasaan dan perilaku yang sering digunakan untuk beradaptasi secara terus menerus dalam kehidupan. Kekonsistensinan ini menjadikan seseorang memiliki ciri khas untuk menyesuaikan diri terhadap segala rangsangan yang dapat berasal dari lingkungan maupun diri sendiri (Azizah, 2016:7).

Tipe kepribadian dalam penelitian ini didasari pada tipe kepribadian *introvert* dan *ekstrovert*. Adapun penjelasan lebih lanjut sebagai berikut:

a. Tipe Kepribadian Introvert

Introvert adalah aliran energi psikis kearah dalam yang memiliki orientasi subjektif. Tipe tersebut memiliki pemahaman yang baik terhadap dunia dalam diri mereka dengan semua fantasi, mimpi, dan persepsi yang bersifat individu. Sehingga orang-orang ini akan lebih selektif Ketika menerima dunia luar dengan pandangan subjektif mereka (Umaroh, 2015: 17). Seorang Introvert dikenal sebagai sosok pendiam dan sukar diduga, serta sering menarik diri dari suasana yang ramai, Ketika ditimpa rasa sedih, tidak mudah baginya untuk mencurahkan perasaan kepada orang lain.

Pendapat serupa juga dikemukakan oleh Kurniawan (2016:37) Introvert adalah orang yang cenderung menarik dirinya dari kontak dengan dunia luar sehingga minat dan perhatiannya terfokus pada pikiran dan pengalaman sendiri. Melakukan sesuatu juga menurut caranya sendiri. Kepribadian Introvert cenderung mengunci dirinya dari dunia luar dalam artian kepribadian Introvert lebih suka menyendiri. Orang dengan kepribadian ini menjadi

tertutup, sukar berhubungan dengan orang lain, dan penyesuaian diri dengan dunia luar kurang baik.

Tipe kepribadian Introvert adalah mereka yang senang menyendiri, reflektif, dan tidak suka bergaul dengan orang lain, dan terfokus pada dunia diluar sendiri (Samiun, 2013). Introvert adalah pribadi yang cenderung sulit untuk melakukan komunikasi dengan banyak orang. Mereka kurang bisa bersosialisasi dan disisi lain, predikat makhluk sosial menuntut untuk selalu bisa berkomunikasi dengan yang lain. Kepribadian ini selalu mencoba memahami diri mereka sendiri dengan cara melakukan banyak perenungan. Pada akhirnya, mereka menjadi orang yang memahami diri sendiri, pendirian keras, tidak mudah terpengaruh oleh orang lain, dan mengetahui apa yang menjadi tujuan dalam hidupnya (Faiz, 2019: 35)

Jadi dapat disimpulkan bahwa kepribadian Introvert memiliki orientasi pemikiran yang subjektif, mampu memahami dirinya, cenderung menarik diri dari dunia luar, tertutup dan suka menyendiri.

b. Tipe Kepribadian Ekstrovert

Sedangkan tipe kepribadian ekstrovert menurut Umaroh (2015:16) adalah sikap yang menjelaskan aliran psikis ke arah luar sehingga orang tersebut memiliki orientasi objektif. Ekstrovert cenderung mudah dipengaruhi oleh sekelilingnya dibandingkan oleh kondisi diri sendiri. Tipe kepribadian ini bersifat terbuka, kebal terhadap kritik, mudah bosan dan ekspresif (Bagaskara, 2018: 27).

Ekstrovert mengarahkan ke pengalaman objektif, memusatkan perhatian ke dunia luar dan bersikap positif (Kurniawan, 2016: 35). Tipe ekstrovert juga mengaitkan diri secara sosial sosial dan menyukai tantangan (Yukenti, 2018: 164). Pribadi yang tak suka berdiam diri ini mengutamakan tindakan tanpa

banyak merenung. Baginya, yang penting didahulukan adalah tindakan, baru memikirkan resiko yang akan menyimpannya. Kepribadian ekstrovert juga senang berbicara, sehingga sangat mudah untuk berkomunikasi dengan dunia luar. Dapat dikatakan kepribadian ini akan lebih senang bersosialisasi dengan orang lain dibandingkan dengan kepribadian introvert.

Sedangkan jung menyatakan tipe kepribadian ekstrovert lebih ekspresif dalam menyampaikan emosi yang dirasakan. Cara menyampaikan emosi dilakukan dengan berkomunikasi. Sehingga kepribadian ini mudah bergaul dengan siapa saja (Dominika dan Stefani, 2018: 32)

Jadi dapat disimpulkan bahwa tipe kepribadian ekstrovert adalah kepribadian yang memiliki orientasi keluar, bersikap positif, menyukai tantangan, mudah bergaul, bersosialisasi, dan ekspresif.

c. Perbedaan Tipe Kepribadian Introvert dan Ekstrovert

Tabel 2.1

Perbedaan Introvert dan Ekstrovert

Introvert	Ekstrovert
Cenderung tertutup untuk lebih menyukai pikirannya sendiri.	Tipikal orang yang terbuka dan suka berbicara dengan orang lain.
Cenderung pendiam dan melihat situasi jika berbicara di lingkungan yang baru.	Lebih ramah, suka berbicara dan mudah berteman.
Lebih suka mendengarkan lawan bicara, mereka akan berpikir lebih dahulu untuk pertanyaan yang ditanyakan kepadanya.	Mencari tau sesuatu untuk diucapkan
Lebih menyukai pertemanan	Lebih aktif dan lebih menyukai

dilingkungan kecil yang membuatnya lebih nyaman.	lingkungan sosial dan pertemuan.
Harus menyesuaikan dengan situasi yang baru.	Menyukai perubahan dan lebih bebas.
Mudah berkonsentrasi di tempat yang tenang dan sepi.	Mudah terganggu jika berada di tempat yang sepi dan sedikit orang.

C. Materi Aljabar

1. Pengertian Aljabar

Aljabar biasanya berkaitan penyelesaian sistem persamaan, menemukan nilai dari suatu yang belum diketahui, menggunakan rumus kuadrat atau bekerja dengan sistem rumus, persamaan dan simbol huruf. Dalam mempelajari aljabar dibutuhkan kemampuan memahami simbol-simbol, operasi dan aturan-aturannya. Kemampuan yang demikian tereksplorasi dalam penalaran aljabar yang didalamnya memuat keterampilan memahami pola-pola dan membuat generalisasinya.

2. Operasi Hitung Aljabar

Pada bentuk aljabar dapat dilakukan operasi hitung, Operasi hitung pada bentuk Aljabar merupakan dasar dalam memahami bahasan-bahasan berikutnya. Untuk lebih jelasnya perhatikan uraian berikut:

a. Penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar

Untuk menentukan hasil penjumlahan maupun hasil pengurangan pada bentuk aljabar, perlu diperhatikan hal-hal berikut:

- 1) Suku-suku sejenis
- 2) Sifat distributive perkalian terhadap penjumlahan dan pengurangan yaitu:

- a) $ab + ac = a(b + c)$

b) $ab - ac = a(b - c)$

3) hasil perkalian dua bilangan bulat yaitu:

- a) hasil perkalian dua bilangan positif adalah bilangan bulat positif
- b) hasil perkalian dua bilangan negatif adalah bilangan bulat positif
- c) hasil perkalian bilangan bulat positif adalah bilangan bulat negatif

Dengan menggunakan ketentuan-ketentuan diatas maka hasil penjumlahan maupun hasil pengurangan pada bentuk aljabar dapat dinyatakan dalam bentuk yang lebih sederhana dengan memperhatikan suku-suku sejenis.

Contoh:

$$1. \quad 16x + 3 + 3x + 4 = 16x + 3x + 3 + 4 = 19x + 7$$

$$2. \quad 6m + 3(m^2 - n^2) - 2m^2 + 3n^2 = 6m + 3m^2 - 3n^2 - 2m^2 + 3n^2$$

$$= 6m + 3m^2 - 2m^2 - 3n^2 +$$

$$3n^2$$

$$= m^2 + 6m$$

b. Perkalian bentuk aljabar

Operasi perkalian sangat bermanfaat saat kita mempelajari faktorisasi bentuk aljabar. Sekarang ingat kembali sifat distributive pada perkalian bilangan bulat. Jika a , b , dan c bilangan bulat maka berlaku $a \times (b + c) = ab + ac$ dan $a \times (b - c) = ab - ac$. Sifat distributif ini digunakan untuk menyelesaikan operasi perkalian bentuk aljabar.

1) Perkalian dengan bentuk aljabar

Perkalian suatu bilangan konstanta k dengan bentuk aljabar suku satu dan suku dua dinyatakan sebagai berikut:

$$k(ax) = kax$$

$$k(ax + b) = kax + kb$$

Contoh:

Jabarkan bentuk aljabar berikut, kemudian sederhanakan:

a) $4(p + q)$

Penyelesaian: $4(p + q) = 4p + 4q$

b) $5(ax + by)$

Penyelesaian: $5(ax + by) = 5ax + 5by$

c) $3(x - 2) + 6(7x + 1)$

$$\begin{aligned} \text{Penyelesaian: } 3(x - 2) + 6(7x + 1) &= 3x - 6 + 42x + 6 \\ &= (3 + 42)x - 6 + 6 \\ &= 45x \end{aligned}$$

d) $-8(2x - y + 3z)$

Penyelesaian: $-8(2x - y + 3z) = -16x + 8y - 24$

2) Perkalian antar dua bentuk aljabar

Sebagaimana perkalian suatu konstanta dengan bentuk aljabar, untuk menentukan hasil kali antara dua bentuk aljabar kita dapat memanfaatkan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan dan sifat distributif perkalian terhadap pengurangan.

Selain dengan cara tersebut, untuk menentukan hasil kali antara dua bentuk aljabar, dapat menggunakan cara sebagai berikut:

Perhatikan perkalian antara bentuk aljabar suku dua dengan suku dua berikut:

$$\begin{aligned} (ax + b)(cx + d) &= ax \cdot cx + ax \cdot d + b \cdot cx + b \cdot d \\ &= ac^2 + (ad + bc) + bd \end{aligned}$$

Selain dengan cara skema seperti di atas, untuk mengalikan bentuk aljabar suku dua dengan suku dua dapat digunakan sifat distributif seperti uraian berikut:

$$\begin{aligned}
 (ax + b)(cx + d) &= ax(cx + d) + b(cx + d) \\
 &= ax \cdot cx + ax \cdot d + b \cdot cx + b \cdot d \\
 &= ac^2 + adx + bcx + bd \\
 &= ac^2 + (ad + bc)x + bd
 \end{aligned}$$

c. Pembagian

Jika dua bentuk aljabar memiliki faktor-faktor yang sama, maka hasil pembagian kedua bentuk aljabar tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk yang sederhana dengan memperhatikan faktor-faktor yang sama.

Contoh:

$$21a^2 : 3a = \frac{21a^2}{3a} = \left(\frac{21}{3}\right) \left(\frac{a^2}{a}\right) = 7a$$